FORMELSAMMLUNG (V.6) *Grundlagen der Elektrotechnik II*

Alle Formeln ohne Gewähr auf Korrektheit

1) Elektrostatische Grundlagen:

Coloumbsches Gesetz:

$$\overrightarrow{F_{1,2}}=\frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon r^2}\cdot\left(\frac{\overrightarrow{r_{21,12}}}{r}\right) \qquad \boxed{\varepsilon=\varepsilon_0\cdot\varepsilon_r}$$

Elektrische Feldstärke:

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{Q}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon r^3}\cdot\vec{r} \qquad \boxed{\varepsilon_0=8{,}85\cdot 10^{-12}\frac{As}{Vm}}$$

Elektrische Flussdichte:

$$\vec{D}=\vec{E}\cdot\varepsilon=\frac{Q}{4\pi r^3}\cdot\vec{r}$$

Überlagerungssatz:

$$\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\cdot\sum_{\nu=1}^{n}\frac{Q_\nu\cdot\vec{r}_\nu}{r_\nu^3}$$

Elektrische Spannung:

$$U_{12}=\int_1^2\vec{E}\cdot d\vec{s} \qquad (U=E\cdot d)$$

Feld als Vektor:

$$\vec{E}=-grad\,\varphi=-\nabla\varphi=-\frac{\partial\varphi}{\partial x}-\frac{\partial\varphi}{\partial y}-\frac{\partial\varphi}{\partial z}$$

Im homogenen Feld mit $\varphi_\infty=0$

$$\varphi=\frac{Q}{4\pi\varepsilon r}$$

→ Als Überlagerungssatz:

$$\varphi=\sum_{\nu=1}^{n}\frac{Q_\nu}{4\pi\varepsilon r_\nu}$$

Elektrische Fluss (⊥ homogen)

$$\psi_{el}=D\cdot A \qquad (=Q) \qquad |\vec{D}|=\sigma$$

Elektrische Fluss (° homogen)

$$\psi_{el}=\int\vec{D}\,d\vec{A}$$

$$\psi_{el}=<\vec{D},\vec{A}>=D\cdot A\cdot\cos(\alpha)$$

Gauß'scher Satz der Elektrostatik:

Der elektrische Fluss ψ_{el} *durch eine beliebige Hüllfläche ist die Summe aller Ladungen in der Hülle.*

$$\psi_{el}=\sum_{\nu=1}^{n}Q_\nu$$

Arbeit:

$$W=\int\vec{F}\,d\vec{s}=P\cdot t$$

Arbeit:

$$W=q\cdot U=q\cdot\int\vec{E}\,d\vec{s}$$

2) Der Kondensator:

Allgemein:

$$Q=C\cdot U_{1,2} = C\cdot\int\vec{E}\,d\vec{s}$$

Plattenkondensator:

$$C=\varepsilon\cdot\frac{A}{d}$$

Allgemeine Vorgehensweise:

(1) $Q=\psi_{el}=\int_A\vec{D}\cdot d\vec{A}=D\cdot A$ (2) $E=\frac{D}{\varepsilon}$ (3) $U=\int_s\vec{E}\cdot d\vec{s}=f(Q)$ (4) $C=\frac{Q}{U}$

→ *Kugelkondensator:*

$$C=\frac{4\pi\varepsilon\cdot r_a\cdot r_i}{r_a-r_i}$$

→ *Zylinder Kondensator:*

$$C=2\pi\cdot h\cdot\varepsilon\cdot\ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)^{-1}$$

Strom durch den Kondensator:

$$i=C\cdot\frac{du}{dt}$$

Spannung am Kondensator:

$$u=\frac{1}{C}\cdot\int i\,dt$$

Energie eines Kondensators:

$$W_e=\frac{1}{2}\cdot C\cdot U^2$$

Gesamtkondensatorberechnung:

Wie bei Leitwerten.

3) Elektromagnetisches Feld:

Magnetische Kraft zwischen zwei Leitern:

$$F=k_2\cdot\frac{I_1\cdot I_2\cdot l}{\delta}\quad mit\quad k_2=\frac{\mu_o}{2\pi}=2\cdot10^{-7}\frac{N}{A^2}\quad mit\quad \boxed{\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}\frac{Vs}{Am}}$$

Kraft zwischen 2 bewegten Ladungen:

$$F=\frac{\mu}{4\pi}\cdot\frac{(Q_1v_1)\cdot(Q_2v_2)}{r^2}=(Q_1v_1)\cdot\underbrace{\frac{\mu}{4\pi}\cdot\frac{(Q_2v_2)}{r^2}}=\frac{\mu}{4\pi}\cdot\frac{(I_1\Delta s_1)\cdot(I_2\Delta s_2)}{r^2}\qquad(Q\cdot v=I\cdot\Delta s)$$

Magnetische Induktion:

$$B=\frac{\mu}{4\pi}\cdot\frac{(Q_2v_2)}{r^2}=\frac{\mu}{4\pi}\cdot\frac{(I_2\Delta s_2)}{r^2}$$

Einführung als Vektorgrößen:

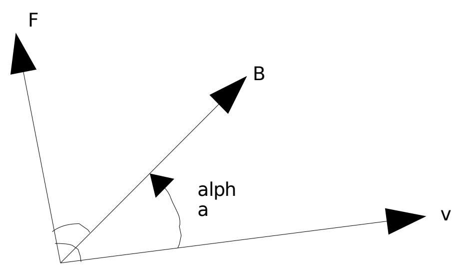
$$F=I_1\cdot\Delta\vec{s}_1\times\vec{B}$$

Lorenzkraft:

$$F=Q\cdot(\vec{v}\times\vec{B})=Q\cdot\begin{vmatrix}\vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z\\ v_x & v_y & v_z\\ B_x & B_y & B_z\end{vmatrix}$$

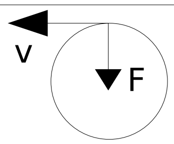
$$F=Q\cdot v\cdot B\cdot\sin(\alpha)$$

Rechte-Hand-Regel:



Zentrifugalkraft:

$$F=\frac{m\cdot v^2}{r}=m\cdot w^2\cdot r$$



Magnetische Feldstärke: ***Biot-Savart Gesetz***

$$\vec{H}=\frac{\vec{B}}{\mu}=\frac{I}{4\pi}\cdot\oint\frac{d\vec{s}\times\vec{r}}{r^3}$$

Magnetische Spannung:

$$V_{1,2}=\int_1^2 \vec{H}\,d\vec{s}$$

Stromdichte:

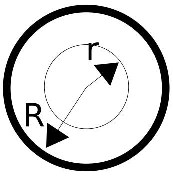
$$I=\int_A \vec{S}\,d\vec{A} \;\rightarrow\; S=\frac{I}{A}$$

Durchflutungsgesetz:

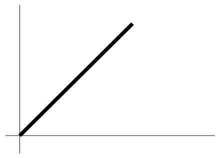
In einem von Strömen durchflossenen Raum ist das Ringintegral von $\vec{H}$ *die Summe aller Ströme. Strom Rechts k=1 Links k=-1*

$$\oint_s \vec{H}\,d\vec{s}=\int_A \vec{S}\,d\vec{A}=\sum_{\nu=1}^{N} k_\nu \cdot I_\nu=\Theta=\mathring{V}$$

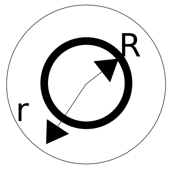
H innerhalb eines Leiters:



$$H=\frac{I\cdot r}{2\pi R^2}$$



H ausserhalb eines Leiters:



$$H=\frac{I}{2\pi \cdot r}$$

Magnetischer Fluss:

$$\phi=\int_A \vec{B}\,d\vec{A} \qquad \phi=<\vec{B},\vec{A}>$$

normal: $\phi=B\cdot A\cdot\cos(\alpha)$

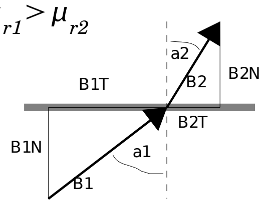
Magnetische Feldenergie:

$$w_m=\frac{1}{2}\cdot\mu\cdot H^2=\frac{1}{2}\cdot H\cdot B=\frac{1}{2}\cdot\frac{B^2}{\mu}$$

Brechungsgesetz:

$$\frac{\tan(\alpha_1)}{\tan(\alpha_2)}=\frac{\mu_{r1}}{\mu_{r2}} \qquad \text{für } \mu_{r1}>\mu_{r2}$$

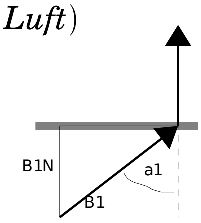
$$B_{n1}=B_{n2},\; H_{t1}=H_{t2}$$



Brechungsgesetz:

$$\text{für } \mu_{r1}\gg\mu_{r2} \;\wedge\; \mu_{r2}=1 \quad (\textit{Luft})$$

$$\rightarrow \quad \alpha_2=0°$$



Magnetischer Widerstand:

$$R_m=\frac{l}{\mu\cdot A}$$

Magnetische Spannung:

$$\Theta=n\cdot I$$

Magnetischer Fluss (Strom)

$$\Phi=\frac{\Theta}{R_m} \quad (=B\cdot A \quad =\mu H\cdot A)$$

Mag.Widerstand im Luftspalt:

$$R_L=\frac{\delta}{\mu_0\cdot A}$$

Feld im Eisenkern:

$$\oint_{l_e} \vec{H}\,d\vec{s}=H\cdot l_e\stackrel{!}{=}I\cdot n \;\rightarrow\; H=\frac{I\cdot n}{l_e}$$

Mag. Leitwert:

$$\Lambda=\frac{\mu\cdot A}{l}$$

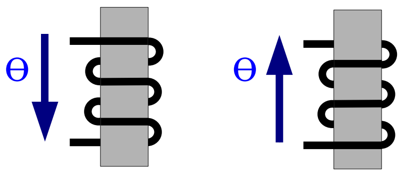
Anziehungskraft Elektromagnet:

$$F=\frac{\mu_0 A}{2}\cdot\left(\frac{n\,I}{\frac{l_{e1}+l_{e2}}{\mu_r}+2\,\delta}\right)^2$$

Ausziehungskraft Elektromagnet:

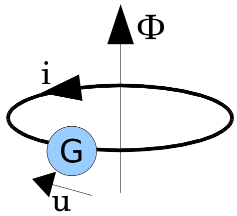
$$F=\mu_0\mu_r^{\,2}\cdot\left(\frac{n\,I}{l_e}\right)^2\cdot\frac{A}{2} \quad \textit{Aus} \quad \boxed{\sigma=\frac{B^2}{2\,\mu_0}=\frac{F}{A}}$$

Richtung der Mag. Spannung



Induktionsgesetz

$$u_0=i\cdot R=-\frac{d\,\phi}{d\,t}$$



→ *2. Maxwell'sche Gleichung:* Integralform

$$\oint_s \vec{E}\,d\,\vec{s}=-\frac{d\,\phi}{d\,t}$$

→ *2. Maxwell'sche Gleichung:* Diff-form

$$\mathrm{rot}\,\vec{E}=-\frac{\partial\,\vec{B}}{\partial\,t}$$

4) Die Spule

Spulenfluss:

$$\Psi=n\cdot\phi$$

Spulenspannung: induziert!!!

$$u_0=-n\cdot\frac{d\,\phi}{d\,t}=-\frac{d\,\psi}{d\,t}$$

Induktivität:

$$L\;=\;\left|\frac{\psi}{i}\right|\;=\;\frac{n^2}{R_m}\;=\;n^2\cdot\Lambda$$

Spannung an einer Spule (Selbstinduktion)

$$u(t)\;=\;L\cdot\frac{di}{dt}\;=\;L\cdot\dot{i}$$

Allgemeine Vorgehensweise zur Berechnung von Induktivitäten:

(1) *i mittels Biot-Savart, Durchflutungsgesetzt berechnen* (2) $\psi=\sum_{\nu=1}^{n}\phi_\nu$ (3) $L=\frac{\Psi}{i}$

Gegeninduktivität:

$$M\;=\;\left|\frac{\psi_2}{i_1}\right|=\left|\frac{\psi_1}{i_2}\right|$$

5) Der Transformator:

Spulenfluss der Primärwicklung:

$$\Psi_1 = L_1 \cdot i_1 + M \cdot i_2$$

Spulenfluss der Sekundärwicklung:

$$\Psi_2 = L_2 \cdot i_2 + M \cdot i_1$$

Spannung der Primärwicklung:

$$u_1 = \frac{d\Psi_1}{dt} = L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} + M \cdot \frac{di_2}{dt}$$

Spannung der Primärwicklung:

$$u_2 = \frac{d\Psi_2}{dt} = L_2 \cdot \frac{di_2}{dt} + M \cdot \frac{di_1}{dt}$$

Spannung der Primärwicklung (Komplex):

$$\underline{U}_1 = j\omega L_1 \cdot \underline{I}_1 + j\omega M \cdot \underline{I}_2$$

Spannung der Sekundärwicklung (Komplex):

$$\underline{U}_2 = j\omega L_2 \cdot \underline{I}_2 + j\omega M \cdot \underline{I}_1$$

6) Sonstiges:

Additionstheorem:

$$sin^2(\omega t) \; = \; \frac{1}{2} \cdot (1 - \cos(2\omega t))$$

Additionstheorem:

$$cos^2(\omega t) \; = \; \frac{1}{2} \cdot (1 + \cos(2\omega t))$$

Homogene Differentialgleichung:

$$\dot{x} \cdot \alpha + x \cdot \beta = 0$$

Lösungsansatz:

$$A \cdot e^{r \cdot t}$$

Inhomogene Differentialgleichung:

$$\dot{x} \cdot \alpha + x \cdot \beta + \gamma = 0$$

Lösungsansatz:

$$A + B \cdot e^{r \cdot t}$$

Umrechung von Winkel in Bogenmaß:

$$\frac{\varphi}{(2 \cdot \pi)} = \frac{\alpha}{(360°)}$$

Berechnung der Scheinleisung:

$$P_S = S = U \cdot I^* = P_W + P_B = P + Q$$

Berechnung der Wirkleistung:

$$P_W = \Re\left\{U \cdot I^*\right\}$$

Berechnung der Blindleistung:

$$P_B = Q = \Im\left\{U \cdot I^*\right\}$$

Betrag einer komplexen Zahl:

$$|z| = \sqrt{(\Re^2 + \Im^2)}$$

Argument einer komplexen Zahl

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\Im}{\Re}\right) + \Xi \qquad \begin{array}{ll} \text{für } \Re \geq 0 & \Xi = 0 \\ \text{für } \Re < 0 & \Xi = \pi \end{array}$$

Komplexe Zahl aus Betrag und Argument:

$$z \; = \; |z|(\cos(\varphi) + j \cdot \sin(\varphi)) \; = \; |z| e^{j\varphi}$$

Infinitesimales Volumen eines Zylinders:

$$dV = l \cdot r \cdot dr \cdot d\varphi$$